Scuole italiane all'estero • Americhe

2 In un'urna ci sono 20 biglie, ognuna delle quali è rossa o nera. Stabilire quante sono quelle nere, sapendo che estraendo 2 biglie senza riporre la prima estratta, la probabilità di estrarre almeno una biglia nera è $\frac{27}{38}$.

2 Indichiamo con n il numero delle biglie nere.

Eseguiamo due estrazioni senza reimmissione della pallina e imponiamo che la probabilità p di estrarre almeno una pallina nera sia $\frac{27}{38}$.

Considerati gli eventi:

$E_1 =$ «prima pallina estratta è nera», $E_2 =$ «seconda pallina estratta è nera»,

e gli eventi contrari:

$\overline{E_1}$«prima pallina estratta è rossa», $\overline{E_2}$ «seconda pallina estratta è rossa»,

la probabilità di estrarre almeno una pallina nera è data dalla probabilità che la prima pallina sia nera (è indifferente a questo punto il colore della seconda pallina) più la probabilità che la prima pallina sia rossa e la seconda nera:

$$p = p(E_1) + p(\overline{E_1}) \cdot p\left(E_2 \middle| \overline{E_1}\right) = \frac{n}{20} + \frac{20-n}{20} \cdot \frac{n}{19} = \frac{27}{38} \to$$

$$19n + n(20-n) = 270 \to n^2 - 39n + 270 = 0 \to$$

$$n = \frac{39 \pm \sqrt{1521 - 4 \cdot 270}}{2} = \frac{39 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{39 \pm 21}{2} \to n = \frac{39-21}{2} = 9.$$

Nell'urna ci sono quindi 9 palline nere e 11 rosse.

La soluzione $n = \frac{39+21}{2} = 30$ non è accettabile perché n deve essere minore di 20.

In alternativa, l'espressione della probabilità p in funzione di n poteva essere trovata come l'evento contrario dell'estrazione di due palline rosse:

$$p = 1 - p(\overline{E_1}) \cdot p\left(\overline{E_2} \middle| \overline{E_1}\right) = 1 - \frac{20-n}{20} \cdot \frac{19-n}{19} = \frac{27}{38}.$$