Liceo scientifico e opzione scienze applicate

8 I lati di un triangolo misurano, rispettivamente, 6 cm, 6 cm e 5 cm. Preso a caso un punto P all'interno del triangolo, qual è la probabilità che P disti più di 2 cm da tutti e tre i vertici del triangolo?

8 Un punto P interno al triangolo dista più di due centimetri dal vertice B se non appartiene al cerchio di raggio 2 cm e con centro in B.

Quindi i punti interni al triangolo ABC che distano più di 2 cm da tutti e tre i vertici sono i punti nella parte più scura in figura.

La probabilità che un punto P preso a caso all'interno del triangolo disti più di 2 cm da ciascuno dei vertici è data dal rapporto tra l'area colorata e l'area totale del triangolo ABC.

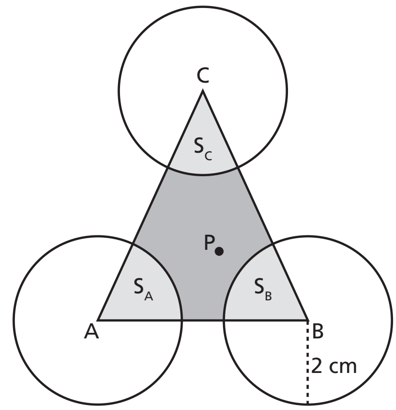

Figura 11

L'area del triangolo ABC (in cm^2) è:

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{altezza} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{6^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{119}}{4}$$

L'area A della porzione scura è uguale alla differenza tra l'area del triangolo e l'area dei tre settori S_A, S_B, S_C.

$$A = \left[\frac{5\sqrt{119}}{4} - (S_A + S_B + S_C)\right]$$

I tre settori hanno raggio 2 cm, e la somma delle loro ampiezze è uguale alla somma degli angoli interni di un triangolo: π. L'area della somma dei tre settori circolari è dunque l'area S di un semi cerchio di raggio 2 cm; e vale: $S = \frac{\pi}{2} \cdot 2^2 = 2\pi$ in cm^2. Quindi $A = \left(\frac{5\sqrt{119}}{4} - 2\pi\right)$. Dunque la probabilità che un punto P preso a caso all'interno del triangolo ABC disti più di 2 cm da tutti e tre i vertici è:

$$p = \frac{A}{A_{ABC}} = \frac{\frac{5\sqrt{119}}{4} - 2\pi}{\frac{5\sqrt{119}}{4}} = 1 - \frac{8\pi}{5\sqrt{119}} \simeq 0,54 = 54\%.$$