

- 3** Lanciando una moneta sei volte, qual è la probabilità che si ottenga testa «al più» due volte? Qual è la probabilità che si ottenga testa «almeno» due volte?

**3** La probabilità che esca testa (o croce) in un singolo lancio di una moneta non truccata è  $\frac{1}{2}$ .

Se indichiamo con  $T$  il numero di teste ottenute in 6 lanci, la variabile aleatoria  $T$  ha una distribuzione binomiale di parametri  $n = 6$  e  $p = \frac{1}{2}$ . Calcoliamo la probabilità che esca al più 2 volte testa in 6 lanci:

$$\begin{aligned} p(T \leq 2) &= p(T = 0) + p(T = 1) + p(T = 2) = \binom{6}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \binom{6}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \binom{6}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \\ &= \frac{\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2}}{2^6} = \frac{1 + 6 + 15}{64} = \frac{22}{64} = \frac{11}{32} \simeq 0,34. \end{aligned}$$

Calcoliamo la probabilità che esca almeno 2 volte testa in 6 lanci:

$$p(T \geq 2) = 1 - p(T \leq 1) = 1 - [p(T = 0) + p(T = 1)] = 1 - \frac{7}{64} = \frac{64 - 7}{64} = \frac{57}{64} \simeq 0,89.$$