Liceo scientifico e opzione scienze applicate

1 Lanciando una coppia di dadi cinque volte qual è la probabilità che si ottenga un punteggio totale maggiore di sette almeno due volte?

© Zanichelli Editore, 2018

1 Consideriamo l'evento E = «lanciando una coppia di dadi si ottiene un punteggio totale maggiore di sette». Tale evento si verifica quando l'esito del lancio è una delle seguenti combinazioni di numeri:

somma delle facce = 8: (2, 6), (3, 5), (6, 2), (5, 3), (4, 4),
somma delle facce = 9: (3, 6), (4, 5), (6, 3), (5, 4),
somma delle facce = 10: (4, 6), (6, 4), (5, 5),
somma delle facce = 11: (5, 6), (6, 5),
somma delle facce = 12: (6, 6).

Pertanto i casi favorevoli sono 15.
I casi possibili sono 36, cioè tutte le disposizioni con ripetizione di 6 numeri in gruppi di 2. La probabilità dell'evento E è quindi:

$$p(E) = \frac{\text{numero di casi favorevoli}}{\text{numero di casi possibili}} = \frac{15}{D'_{6,2}} = \frac{15}{6^2} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}.$$

Consideriamo ora il lancio dei due dadi per cinque volte. L'evento E può verificarsi da 0 a 5 volte. Si tratta di una distribuzione binomiale (o di Bernoulli) in cui la probabilità che su n prove indipendenti un evento abbia k successi è:

$$p_{(k)} = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k} \text{ con } q = 1 - p \text{ e } 0 \le k \le n.$$

Nel nostro caso $n = 5,\ p = \frac{5}{12},\ q = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$, e sostituendo otteniamo:

$$p_k = \binom{5}{k}\left(\frac{5}{12}\right)^k \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^{5-k}.$$

La probabilità che su 5 prove, l'evento E si verifichi almeno due volte si può calcolare come:

$$p = 1 - p_{(0)} - p_{(1)}.$$

$$p_{(0)} = \binom{5}{0}\left(\frac{5}{12}\right)^0 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^5 = 1 \cdot 1 \cdot \frac{16\,807}{248\,832} = \frac{16\,807}{248\,832}.$$

$$p_{(1)} = \binom{5}{1}\left(\frac{5}{12}\right)^1 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^4 = 5 \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{2401}{20\,736} = \frac{60\,025}{248\,832}.$$

Quindi la probabilità che si ottenga un punteggio totale maggiore di sette almeno due volte è:

$$1 - p_{(0)} - p_{(1)} = 1 - \frac{16\,807}{248\,832} - \frac{60\,025}{248\,832} = \frac{17\,200}{248\,832} = \frac{5375}{7776} \simeq 0{,}691.$$

© Zanichelli Editore, 2018